MECÂNICA GERAL - 2/2009

Teste 2

1. A equação horária do movimento de um corpo preso a uma extremidade de uma mola, cuja outra extremidade está presa a uma parede, é $x(t) = x_0 cos(\omega_0 t)$, onde x_0 e ω_o são constantes. O corpo desliza sobre uma mesa horizontal sem atrito.

(a) Determine o período T e a energia total $E(t)$.

No instante $T/2$ o corpo recebe um impulso J na direção positiva do eixo x.

(b) Determine o período T e a energia total $E(t)$ depois da aplicação do impulso.

(c) Determine a amplitude do movimento depois da aplicação do impulso.

(d) Determine a fase da oscilação e escreva a equação horária do movimento depois da aplicação do impulso.

2. Considere um corpo de massa m que oscila na extremidade de uma mola de constante elástica k como um oscilador harmônico amortecido por uma força de arrasto linear $-bv$.

(a) Com a ajuda da equação de movimento, mostre que dE/dt é a potência mecânica fornecida pela força de arrasto, onde E é a energia mecânica total do oscilador.

(a) Prove que $dE/dt = -(2b/m)T$, onde T é a energia cinética do oscilador.

Considere que o amortecimento seja fraco $\beta = b/(2m) < \omega_0 = \sqrt{k/m}$.

(c) Obtenha a equação horária com a condição inicial que o oscilador parta do repouso da posição $x(0) = x_0$; determine seu período T.

(d) Qual o impulso realizado sobre o oscilador ao longo de metade de seu período (desde $t = 0$ até $t = T/2$, onde sua velocidade é outra vez nula) pela força resultante? E pela força de arrasto? E pela força elástica?

3. Uma conta de massa m pode deslizar livremente ao longo de um fio rígido encurvado na forma da parábola $y = x^2/R$, onde R é uma constante positiva. O fio está situado sobre um plano paralelo ao campo gravitacional uniforme $\vec{g} = -g\hat{y}$.

(a) Quantos graus de liberdade tem este sistema físico? Justifique sua resposta com clareza.

(b) Obtenha a lagrangiana do sistema.

(c) Obtenha a(s) equação(ões) de movimento, escrita(s) na forma mais compacta possível.

4. Um pêndulo consiste de uma partícula de massa m suspensa de uma mola de massa desprezível, com comprimento b quando relaxada e constante elástica k, que pode se mover em um plano vertical.

(a) Obtenha a lagrangiana deste sistema, e escreva-a na forma mais compacta possível.

(b) Obtenha as equações de movimento, escritas na forma mais compacta possível.

5. Um pêndulo simples de comprimento l e massa m tem seu ponto de suspensão forçado a oscilar horizontalmente com posição escrita por $x(t) = Acos(\omega t)$.

(a) Use como coordenada generalizada o ângulo ϕ entre o fio do pêndulo e a vertical e determine a lagrangiana do sistema.

(b) Obtenha a equação de movimento.

(c) Obtenha a solução geral desta equação no caso em que o ângulo ϕ é pequeno.